

Acustica

Lezione 1

Dal fenomeno vibratorio all'altezza
musicale: frequenza, percezione e
legge di Mersenne

Luigi Manfrin

Rapporto frequenza-altezza

In *psicoacustica* si tende a considerare l'**altezza** (*pitch*) non come una proprietà fisica intrinseca dell'onda sonora che raggiunge l'orecchio, ma come una **qualità percettiva emergente** generata dall'elaborazione neurale del segnale acustico. L'onda sonora possiede infatti proprietà fisiche oggettivamente misurabili - ad esempio, la **frequenza fondamentale**, lo **spettro armonico/inarmonico** e la **periodicità temporale** - mentre l'altezza rappresenta il **correlato percettivo** che il sistema uditivo costruisce a partire da tali parametri. Il pitch non coincide con la frequenza fisica del segnale, ma è il risultato di specifici **processi di codifica e interpretazione compiuti dal sistema uditivo**, i quali trasformano la periodicità delle vibrazioni acustiche in una dimensione qualitativa dell'esperienza sonora.

In *fenomenologia*, ciò che chiamiamo **altezza** non designa una proprietà *fisica* dell'onda sonora che colpisce l'orecchio, ma una **modalità determinata dell'apparire del suono nell'esperienza uditiva**. Le onde acustiche possiedono certamente caratteristiche fisiche misurabili - come la frequenza e la periodicità - tuttavia l'altezza appartiene primariamente al **campo fenomenico dell'ascolto**, ossia al modo in cui il suono si dà alla coscienza come più grave o più acuto. In questo senso il termine "altezza" nomina una **struttura qualitativa dell'esperienza sonora**, attraverso la quale la mente organizza e differenzia le configurazioni temporali delle vibrazioni acustiche che la raggiungono.

Un prima definizione di altezza

Con il termine “**altezza**” si indica qui il grado di **acutezza percepita** di un suono. In questo senso, il suono della **s sibilante** (come nella parola *storia*) risulta **più alto**, cioè caratterizzato da una maggiore concentrazione di **energia nelle frequenze più elevate**, rispetto al suono della **sc** (come in *sciare*), il cui spettro acustico è relativamente **spostato verso frequenze più basse** e viene quindi percepito come meno acuto.

L’**altezza** è una *qualità percettiva* ben definita che caratterizza determinati ***suoni musicali***, come quelli prodotti dai violini, dagli strumenti a fiato (legni e ottoni), dal pianoforte o dalla voce umana. All’ascolto, tali suoni vengono percepiti come dotati di una **altezza determinata**, che consente di identificarli con specifiche note della scala musicale.

Dal punto di vista fisico, questa qualità percettiva è strettamente correlata alla ***frequenza fondamentale*** della vibrazione sonora: a frequenze più elevate corrispondono generalmente altezze percepite più acute, e viceversa. Nella pratica musicale contemporanea, lo standard di riferimento per l’intonazione è il *La* da *corista* (il La₃ situato nella prima ottava sopra il Do₃ centrale del pianoforte), convenzionalmente fissato alla frequenza di **440 Hz**, cioè 440 vibrazioni al secondo.

I suoni musicali che presentano un’altezza chiaramente determinata e non ambigua sono caratterizzati da una oscillazione periodica della vibrazione sonora.

$La = 440\text{ Hz}$

- Fino alla fine del XVIII secolo non c'era un La standard. Ogni città o orchestra usava un “La” diverso (circa 430–450 Hz).
- Nasce l'esigenza di uniformità: per evitare problemi tra strumenti, cantanti e paesi diversi.
- 1939 – *Conferenza internazionale a Londra* → viene raccomandato $La = 440\text{ Hz}$ come riferimento comune.
- Non è una decisione dei nazisti → La Adolf Hitler-Germania adottò 440 Hz, ma non lo inventò né lo impose.
- 1955 – standard ufficiale → L'*International Organization for Standardization* (con sede a Ginevra, Svizzera) rende 440 Hz lo standard internazionale.
- Oggi → 440 Hz è il riferimento globale (anche se alcune orchestre usano valori leggermente diversi, es. 442 Hz).

Il 440 Hz è una convenzione tecnica internazionale, non una scelta ideologica.

Una chiarificazione importante: *l'altezza (pitch) non è la nota*

1. L'altezza è una *qualità percettiva* del suono. Indica quanto un suono viene percepito come grave o acuto. Dal punto di vista acustico è correlata soprattutto alla frequenza fondamentale della vibrazione sonora, ma rimane una dimensione percettiva dell'esperienza uditiva. L'altezza è una *variabile continua*: tra due frequenze possono esistere infinite altezze intermedie.

2. La nota musicale è invece una categoria musicale *discreta*. Appartiene a un sistema musicale che associa a certe altezze dei nomi determinati: Do, Re, Mi, Fa, Sol, La, Si.

Es.

- una frequenza di 440 Hz viene identificata nella pratica musicale come La₃;
- ma l'altezza percepita può variare leggermente (per esempio 442 Hz, 438 Hz ecc.) senza che l'orecchio musicale smetta di identificarla come La₃.
- Altezza → proprietà percettiva *continua* del suono.
- Nota → classe nominale definita dal sistema musicale, che però incide sulla percezione.

La nota è una discretizzazione musicale della dimensione percettiva dell'altezza.

Quale metodologia di studio?

L'euristica

Epistemologia → lo studio della conoscenza scientifica. Non studia direttamente i fenomeni naturali (come fa la fisica o l'acustica), ma studia come gli scienziati costruiscono le loro teorie. Come nasce una teoria scientifica? Quando possiamo dire che una teoria è valida? Le teorie scientifiche sono definitive o possono cambiare? Cosa è scientifico e cosa non lo è?

Due pensatori importanti che hanno riflettuto su queste domande sono:

- *Thomas Kuhn: La struttura delle rivoluzioni scientifiche* (1962).
- *Karl Popper: Congetture e confutazioni* (1963).

Entrambi, in modo diverso, affermano che le teorie scientifiche non sono verità definitive, ma *modelli* provvisori che spiegano i fenomeni e che una teoria può essere sempre migliorata o sostituita.

Euristica → è l'insieme dei procedimenti, strategie o *esempi* che aiutano a scoprire nuove conoscenze o a formulare nuove ipotesi. L'euristica non è una teoria già dimostrata, ma un modo di cercare e trovare spiegazioni.

Heuristikḗ téchnē (εὐρηστική τέχνη) → arte del trovare e scoprire.

L'esperimento "euristico" della moneta zigrinata

Questo esperimento non è ancora una teoria acustica esplicativa, ma aiuta a scoprirla.

1. Materiale estremamente semplice: una moneta zigrinata (1 o 2 euro), un'unghia oppure una punta metallica (sarebbe ottimo un microfono per amplificare il suono).
2. L'esperimento: far scorrere l'unghia sul bordo zigrinato della moneta. Si ascolterà un suono continuo con un'altezza più o meno definita.
3. Osservazione del fenomeno: il bordo della moneta. è fatto di piccole zigrinature equidistanti. l'unghia salta da un rilievo all'altro, ogni salto produce un piccolo urto, questi urti sono regolari. Quindi si genera una serie regolare di impulsi.
4. Se ripetiamo più lentamente il gesto, il suono diventa più grave. Se ripetiamo il gesto più velocemente, il suono diventa più acuto. Cambia la velocità degli urti.
5. La generalizzazione. Quando gli urti sono più frequenti → il suono è più acuto, meno frequenti → il suono è più grave.

Quindi esempio introduci un concetto chiave: *l'altezza di un suono dipende dalla frequenza delle vibrazioni*. Questa è una prima legge acustica.

L'esempio di Galileo Galilei (1564-1642)

Galileo Galilei scoprì quasi per caso che è possibile produrre un suono di altezza definita sfregando la punta di un cesello di ferro contro una lastra di ottone. Durante lo sfregamento, il cesello non scorre in modo perfettamente continuo, poiché incontra piccole resistenze della superficie e produce una serie di urti rapidi e regolari. Sulla lastra rimangono incise sottili linee parallele ed equidistanti, come piccole coste. Queste tracce sono la testimonianza visibile del movimento vibrante e stridente del cesello mentre scorreva sull'ottone e mostrano che gli urti avvenivano in modo regolare e ripetuto, producendo così un suono percepito con altezza definita.



Paradigma e falsificazione

L'esempio della moneta zigrinata mostra in parte come può nascere una teoria scientifica: a) l'osservazione di un fenomeno; b) l'esperimento; c) l'individuazione di una regolarità, d) la formulazione di una legge.

Il *paradigma* (Kuhn) → la scienza procede per modelli condivisi di interpretazione, chiamati *paradigmi*. Un paradigma è l'insieme di concetti, modelli teorici, metodi di ricerca ed esempi condivisi da una comunità scientifica che guidano il modo di osservare, interpretare e spiegare i fenomeni. Un paradigma dell'acustica → il suono è una vibrazione, l'altezza dipende dalla frequenza, i suoni musicali sono vibrazioni periodiche. L'esperimento della moneta è un esempio intuitivo, paradigmatico, di questo modello.

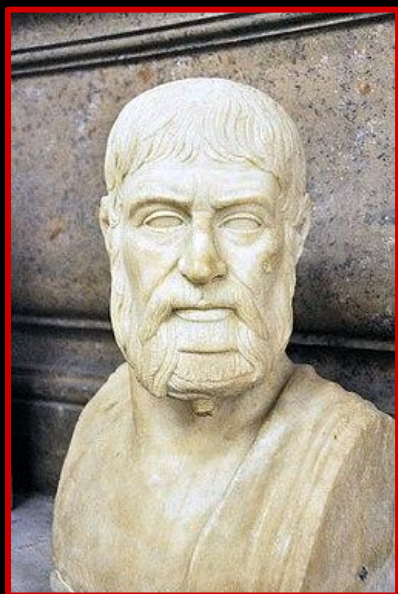
La *falsificazione* (Popper) → stabilisce che una teoria è scientifica solo se è possibile immaginare esperimenti o osservazioni che potrebbero dimostrarla falsa. Una teoria scientifica deve sempre poter essere messa alla prova. Anche la spiegazione del rapporto tra altezza e frequenza deve poter essere verificata con più esperimenti. Tuttavia esistono suoni che non presentano una struttura periodica e mettono in crisi il paradigma secondo cui il suono sarebbe sempre riconducibile a una vibrazione periodica.

Nel corso di acustica studieremo alcune formule, soprattutto il modo in cui nascono le leggi del suono. La teoria verrà sempre presentata come un *modello interpretativo* costruito a partire da esperimenti ed esempi concreti.

Pausania e il mito canoro delle Sirene

Pausania (II secolo d.C.), scrittore e viaggiatore greco dell'età imperiale romana, probabilmente originario dell'Asia Minore, è autore della *Periegesi della Grecia*, un'opera monumentale in dieci libri che descrive luoghi, santuari, monumenti, opere d'arte e tradizioni locali della Grecia.

La *Periegesi* è insieme guida geografica che raccoglie i miti locali. Pausania, infatti, riferisce anche tradizioni mitologiche legate ai luoghi che visita: tra queste, nel libro IX (9.34.3), ricorda **la gara di canto** tra le Sirene e le Muse, vinta dalle Muse, che strapparono alle Sirene le penne per farne corone.



Sarcofago con la gara tra Muse e Sirene (III sec. d.C.)
Metropolitan Museum of Art



1819 - l'invenzione della *sirena acustica*

l'uso del termine “sirena” per indicare un dispositivo acustico potente (navale, industriale, di allarme) deriva dalla figura mitologica delle Sirene. Il passaggio semantico avviene nell'Ottocento, attraverso una mediazione scientifica.

Nella mitologia greca le Sirene sono esseri ibridi (donna-uccello nelle raffigurazioni arcaiche) il cui canto irresistibile attira i naviganti verso la morte. Il loro tratto essenziale è quindi acustico, non la vista, ma la voce.

Il modello classico è l'episodio dell'Odissea in cui Ulisse vuole ascoltare il loro canto.

Da qui nasce un topos culturale:

la voce delle sirene → un suono potente che chiama e attira da lontano.

Il passaggio tecnico avviene nel 1819 con l'invenzione della *sirena acustica* da parte del fisico francese **Charles Cagniard de la Tour** (1777–1859). Il dispositivo produce suoni facendo passare aria o acqua attraverso fori su un disco rotante, generando una serie di impulsi periodici. Il fisico scelse deliberatamente il nome “sirène” perché lo strumento produce un suono *segnaletico*, forte e penetrante, che “chiama” o “attira” l'ascoltatore; il suono emerge dall'acqua nelle versioni idrauliche dell'apparecchio.

Quindi il nome è una metafora mitologica consapevole.

Come funziona una sirena acustica?

Vi sono 2 Componenti principali: a) disco rotante con una serie di fori disposti lungo la circonferenza; b) ugello che soffia un getto d'aria verso il bordo del disco.

Quando il disco gira i fori passano uno dopo l'altro davanti all'ugello. Ogni volta che un foro si allinea con l'ugello, passa un piccolo sbuffo d'aria. Gli sbuffi d'aria si ripetono molto rapidamente. Questa successione regolare di impulsi crea *vibrazioni nell'aria*. L'orecchio percepisce queste vibrazioni come un suono.

L'altezza (grave o acuto) dipende da 2 fattori:

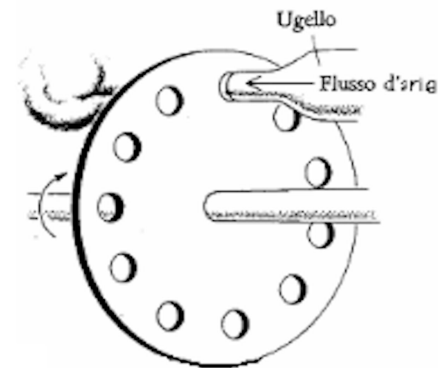
a) velocità di rotazione del disco;

b) numero di fori.

→ Più impulsi al secondo = suono più acuto.

→ Meno impulsi al secondo = suono più grave.

La sirena è uno strumento semplice
che trasforma una serie di impulsi d'aria
regolari
in un suono periodico.



Una sirena. L'aria compressa che fuoriesce dall'ugello passa attraverso i fori disposti a distanze uguali su un cerchio rotante. Gli sbuffi d'aria che fuoriescono dai fori producono delle vibrazioni periodiche dell'aria. Il numero di sbuffi per secondo è uguale al numero di giri al secondo moltiplicato il numero di fori del cerchio. Questo disco ha 11 fori. Se gira 40 volte al secondo produrrà 440 impulsi al secondo, una frequenza che corrisponde al La sopra il Do centrale.

La successione degli sbuffi d'aria della sirena.

L'andamento della curva nel tempo (da sinistra verso destra) → due tipi di intervalli:

- intervalli in cui non passa aria attraverso i fori (parte bassa e piatta della curva);
- intervalli, più brevi, in cui un impulso d'aria attraversa un foro (i picchi della curva).

La sirena produce quindi una successione regolare di impulsi d'aria.

Questa successione è **periodica** → gli impulsi si ripetono a intervalli di tempo uguali.

Il tempo che separa due impulsi consecutivi si chiama periodo e si indica con T .

Periodo (T) → tempo tra due impulsi successivi.

Il numero di impulsi prodotti in un secondo si chiama invece **frequenza** (f).

Frequenza (f) → numero di impulsi al secondo (maggiore è la frequenza, più il suono è acuto; minore è la frequenza, più il suono è grave.)

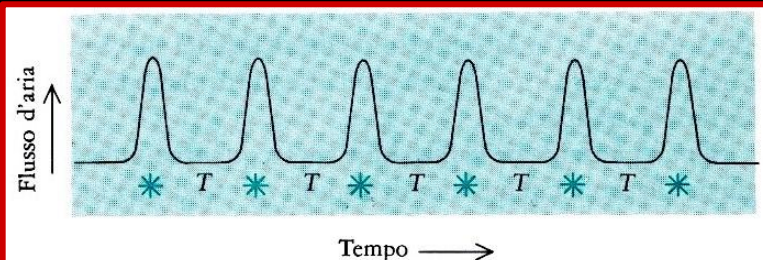
Gli impulsi periodici emessi dalla sirena generano una perturbazione periodica dell'aria, un'onda sonora.

Quando questa onda raggiunge l'orecchio, viene percepita come un suono con altezza definita.

440 impulsi al secondo (440 Hz) → La
(La da corista)

220 Hz → suono più grave, un'ottava sotto

880 Hz → suono più acuto, un'ottava sopra



Sbuffi periodici d'aria prodotti dalla sirena. Il tempo T fra due sbuffi consecutivi è detto periodo.

La sirena a manovella

La sirena produce suono tramite una serie di impulsi d'aria (gli sbuffi) che si ripetono regolarmente. Il numero di impulsi prodotti in un secondo dipende da due fattori:

1. il numero di fori presenti sul disco;
2. il numero di rotazioni del disco al secondo;

Una relazione semplice: n impulsi al secondo = n di fori $\times$ n di rotazioni al secondo

Il disco $\rightarrow$ messo in rotazione tramite una manovella, collegata a un sistema di ingranaggi.

- girando la manovella più velocemente $\rightarrow$ il disco gira più velocemente, aumenta il numero di impulsi al secondo e il suono diventa più acuto.

Se conosciamo:

- il numero di giri della manovella al secondo;
- il rapporto degli ingranaggi (quanto il movimento viene accelerato); possiamo calcolare:
- quante rotazioni compie il disco in un secondo.
- e quindi il numero di impulsi al secondo, cioè la frequenza del suono.



La frequenza del suono dipende da quanto velocemente si ripete l'impulso d'aria.

Segnale e segno

L'esempio della sirena acustica, il cui nome richiama le figure mitiche, consente di formulare una considerazione sull'invenzione e sull'uso degli strumenti sonori.

Il fenomenologo **Giovanni Piana** (1914-2019), nel libro *Filosofia della musica*, propone una distinzione importante tra **segnale** e **segno**.

- Un **segnale** è un suono che ha una funzione operativa: serve a indicare qualcosa o a provocare una reazione immediata (per esempio un allarme o un avviso).
- Un **segno**, invece, è un suono che entra in un contesto espressivo o simbolico, diventando parte di un “linguaggio” musicale.

La sirena acustica può svolgere entrambe queste funzioni.

- Quando viene usata come dispositivo di allarme, agisce come segnale: il suo scopo è attirare l'attenzione e indicare una situazione di pericolo.
- Quando viene impiegata in un contesto musicale, diventa invece un segno espressivo.

Un esempio celebre è il suo impiego nel brano *Ionisation* per 13 percussionisti (1929-31) di **Edgard Varèse** (1883-1965), dove la sirena non serve più a segnalare un evento esterno, ma diventa materiale sonoro musicale, inserito in una struttura compositiva.

Questo esempio mostra come lo stesso oggetto acustico possa assumere significati diversi a seconda del contesto: da semplice segnale operativo a segno musicale dotato di valore linguistico-espressivo.

Egdar Varèse: Ionisation (1929-31)

<https://www.youtube.com/watch?v=nih92zfyEzw>

Brani scritto esclusivamente per 13 strumenti a percussione compreso il piano.

Il titolo *Ionisation* deriva dal linguaggio della fisica.

La ionizzazione → il processo attraverso cui un atomo perde o acquista elettroni, diventando una particella carica (ione). Varèse utilizza questo termine in senso metaforico.

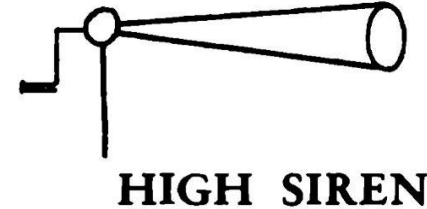
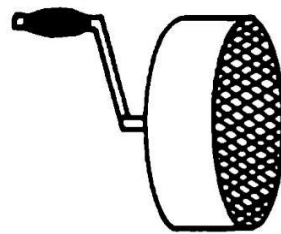
Il titolo suggerisce l'idea di energia, trasformazione e movimento di particelle sonore. Non si tratta di un riferimento narrativo, ma di un'immagine scientifica e dinamica del suono. Per Varèse, la musica è organizzazione del suono come materia acustica. Il suono viene concepito come massa sonora, energia in movimento, fenomeno fisico nello spazio. Con Varèse inizia una concezione della musica come costruzione di forme attraverso timbri, densità e dinamiche sonore

Nel brano compaiono 2 sirene acustiche (una più grave e una più acuta).

La loro presenza è molto significativa: suono continuo e variabile. La sirena può produrre un glissando continuo, non limitato alle note della scala, superando del sistema tradizionale. La sirena introduce suoni non temperati e non legati all'intonazione classica. La sirena rende evidente che il suono è una vibrazione controllata (frequenza variabile).

Ambiguità tra musica e rumore: la sirena sta a metà tra il segnale (allarme) e il segno musicale sonoro. In *Ionisation*, Varèse non “scrive note”, ma organizza fenomeni sonori.

Le indicazioni di *Varèse* nelle note introduttive di *Ionitation* sull'impiego delle sirene.



Galileo Galilei: *Dialoghi intorno a due nuove scienze* (1638)

- sulla resistenza dei solidi e sul moto -

La relazione tra frequenza (f) e altezza è stata scoperta in modo indiretto, prima dell'invenzione della sirena. Nei suoi *Dialoghi*, **Galilei** mette in relazione l'altezza del suono con la frequenza di vibrazione della corda sonora.

Tuttavia, non utilizza valori assoluti di frequenza, ma i rapporti tra numeri di vibrazioni. Questi rapporti corrispondono ai diversi intervalli musicali.

Es., 440 Hz).		Rapporto di frequenza
Unisono	1 : 1	440 Hz
Ottava	2 : 1	880 Hz
Quinta giusta	3 : 2	660 Hz
Quarta giusta	4 : 3	586,7 Hz
Terza maggiore	5 : 4	550 Hz
Terza minore	6 : 5	528 Hz

Hz (*Hertz*) è l'unità di misura della frequenza ($1 \text{ Hz} = 1$ vibrazione o 1 ciclo al secondo).

Gli **Hz** indicano quante volte un fenomeno si ripete in un secondo:

440 $\rightarrow$ 440 vibrazioni al secondo. L'unità *Hertz* è stata introdotta nel XX secolo (nel 1930 circa, formalizzato definitivamente 1960).

Il nome deriva dal fisico tedesco *Heinrich Hertz* (1857–1894) che studiò le onde elettromagnetiche.

DO	16,35	32,70	65,41	130,81	261,63	523,25	1046,50	2093,00	4186,01	8372,02
DO diesis	17,32	34,65	69,30	138,59	277,18	554,37	1108,73	2217,46	4434,92	8869,84
RE	18,35	36,71	73,42	146,83	293,66	587,33	1174,66	2349,32	4698,64	9397,27
RE diesis	19,45	38,89	77,78	155,56	311,13	622,25	1244,51	2489,02	4978,03	9956,06
MI	20,60	41,20	82,41	164,81	329,63	659,26	1318,51	2637,02	5274,04	10548,08
FA	21,83	43,65	87,31	174,61	349,23	698,46	1396,91	2793,83	5587,65	11175,30
FA diesis	23,12	46,25	92,50	185,00	369,99	739,99	1479,98	2959,96	5919,91	11839,82
SOL	24,50	49,00	98,00	196,00	392,00	783,99	1567,98	3135,96	6271,93	12543,85
SOL diesis	25,96	51,91	103,83	207,65	415,30	830,61	1661,22	3322,44	6644,88	13289,75
LA	27,50	55,00	110,00	220,00	440,00	880,00	1760,00	3520,00	7040,00	14080,00
LA diesis	29,14	58,27	116,54	233,08	466,16	932,33	1864,66	3729,31	7458,62	14917,24
SI	30,87	61,74	123,47	246,94	493,88	987,77	1975,53	3951,07	7902,13	15804,27

Percezione degli intervalli: rapporti, non differenza in Hz

Percezione e frequenza → L'orecchio percepisce gli intervalli in base ai *rapporti* tra frequenze.

Rapporto ≠ differenza in Hz.

Se sommiamo una stessa quantità → l'intervallo cambia,

(100 Hz → 200 Hz = +100 Hz; 1000 Hz → 1100 Hz = +100 Hz → suonano diversi)

Se moltiplichiamo per lo stesso numero → l'intervallo resta uguale.

(100 → 200 = $\times 2$; 500 → 1000 = $\times 2$ → in entrambi i casi si ha l'ottava)

Principio fondamentale

Lo stesso intervallo si percepisce quando il rapporto è costante, non la differenza in Hz.

Esempi. Ottava → $\times 2$, 110 → 220 → 440 → 880 Hz

Quinta → $\times 1,5$, 110 → 165 Hz

→ conta il rapporto, non la distanza numerica in Hz.

Unità di misura degli intervalli: Semitono = unità base → Cent = 1/100 di semitono.

1 semitono = 100 cent

1/4 di tono = 50 cent

Gli intervalli musicali sono proporzioni (moltiplicazioni), non differenze (sottrazioni).

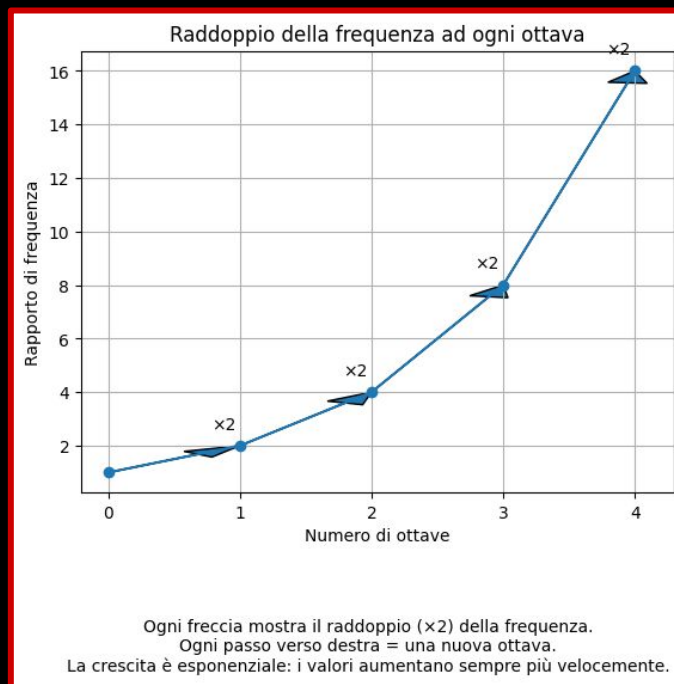
NOTA	CENT
DO	0
DO diesis	100
RE bemolle	100
RE	200
RE diesis	300
MI bemolle	300
MI	400
FA bemolle	400
MI diesis	500
FA	500
FA diesis	600
SOL bemolle	600
SOL	700
SOL diesis	800
LA bemolle	800
LA	900
LA diesis	1000
SI bemolle	1000
SI	1100
DO bemolle	1100
SI diesis	1200
DO	1200

Struttura logaritmica delle frequenze: il principio dell'ottava (2:1)

- La progressione delle frequenze musicali non è aritmetica, ma logaritmica in base 2.
- Il punto di partenza è l'intervallo di ottava che, dal punto di vista fisico, corrisponde al raddoppio della frequenza.

Passare a un'ottava superiore significa moltiplicare la frequenza per 2; per le ottave successive si utilizzano le potenze di 2 (2^2 , 2^3 , 2^4 , ...), dove l'esponente indica il numero di ottave.

Ottave:	$0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$
Rapporto (r):	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 2^2 \rightarrow 2^3 \rightarrow 2^4$
Moltiplicatore:	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 16$



Marin Mersenne (1588-1648) - Harmonie Universelle (1636–1637)

- Relazione tra l'altezza del suono con il numero di vibrazioni al secondo -

Come Galilei, di cui conosceva le opere, Mersenne studia il comportamento delle corde vibranti e individua 3 relazioni fondamentali.

1. ***Lunghezza*** della corda:

più la corda è lunga → più la frequenza è bassa;

più la corda è corta → più la frequenza è alta.

- *la frequenza è inversamente proporzionale alla lunghezza* -

2. ***Tensione*** della corda:

più la corda è tesa → più la frequenza aumenta.

- *la frequenza è proporzionale alla radice quadrata della tensione* -

3. ***Massa x l'unità di lunghezza*** (spessore/peso della corda):

corde più pesanti o spesse → frequenza più bassa

corde più leggere o sottili → frequenza più alta.

- *la frequenza è inversamente proporzionale alla radice quadrata della massa per l'unità di lunghezza* -

L'altezza di una corda dipende da *come* vibra → questo dipende dalla lunghezza, dalla tensione e dalla massa [ad es., più corta, più tesa, più leggera → suono più acuto].

Due modi equivalenti di scrivere la formula di *Mersenne*

Forma “alla Mersenne” :

$$\text{Frequenza } (f) = k \times \sqrt{(\text{tensione}) / (\text{lunghezza} \times \sqrt{(\text{massa per unità di lunghezza})})}$$

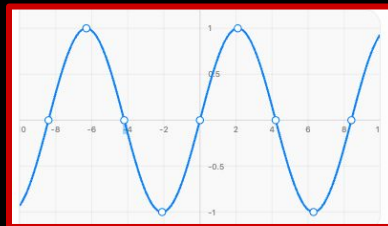
Forma moderna standard:

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = f = \frac{\sqrt{T/\mu}}{2L}$$

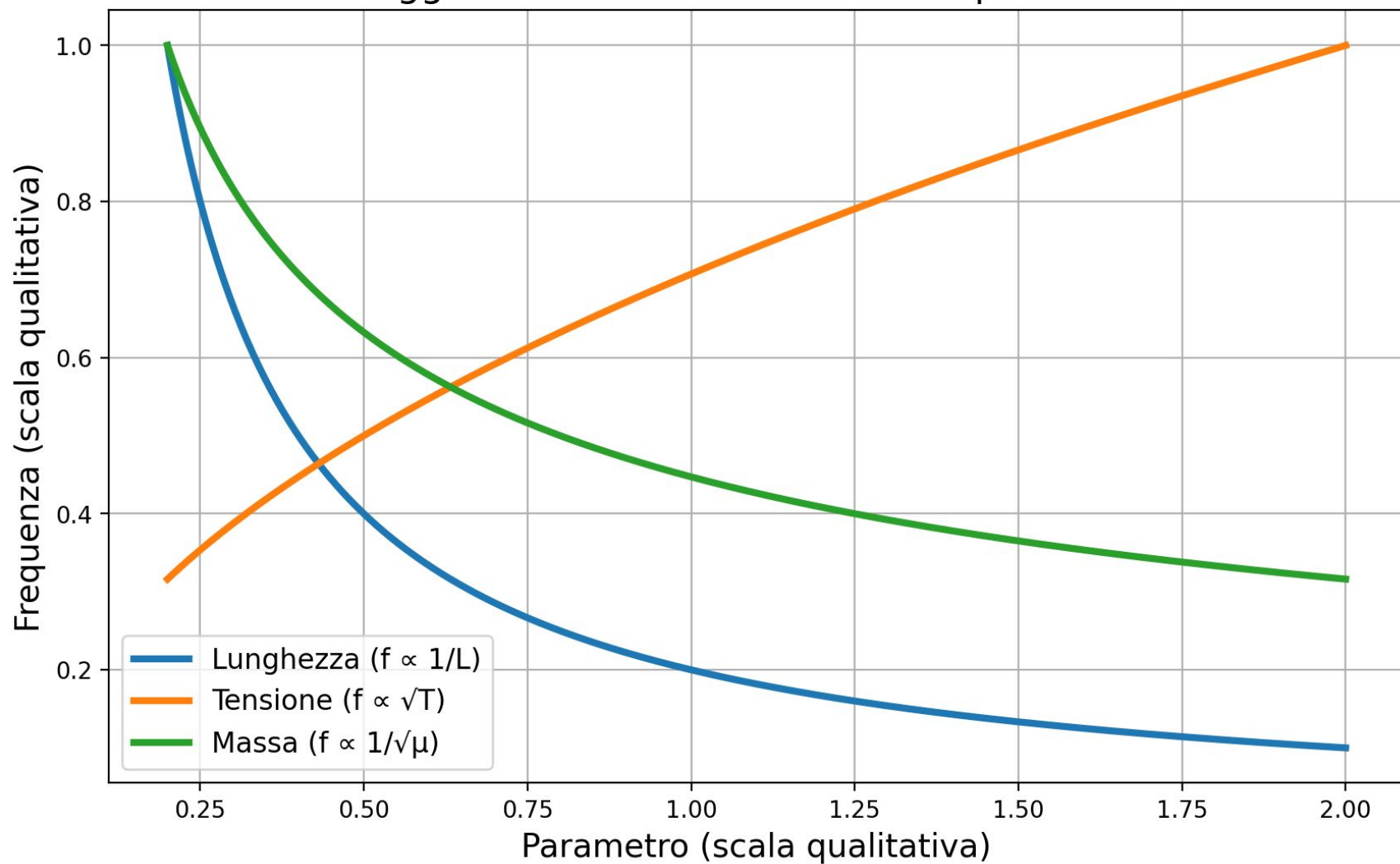
Le due formule dicono la stessa cosa:

- T = tensione
- μ (mu) = massa per unità di lunghezza
- L = lunghezza
- $1 / (2L) \approx$ costante divisa per la lunghezza $\rightarrow$ corrisponde al ruolo di k / lunghezza.

la formula moderna è solo una versione più precisa e normalizzata di quella di Mersenne. Il termine $2L$ deriva dal fatto che un'oscillazione completa della corda corrisponde a un'onda che percorre due volte la lunghezza della corda (andata e ritorno).



Leggi di Mersenne - andamento qualitativo



La legge di Mersenne nella pratica degli strumenti a corda

Nella pratica musicale la legge di Mersenne è impiegata negli strumenti a corda.

→ indica i tre fattori con cui un musicista può modificare l'altezza del suono.

In termini pratici → lunghezza, tensione e massa della corda controllano il registro. Quando il musicista preme la corda sulla tastiera, regola la parte della corda che può vibrare:

- corda più lunga → suono più grave;
- corda più corta → suono più acuto.

Esempi:

- archi → la mano sinistra determina la lunghezza vibrante della corda;
- chitarra → i tasti determinano lunghezze precise della corda;
- arpa → la lunghezza è fissa, ogni corda ha un'altezza propria.



Variazione della tensione.

La *tensione* della corda si modifica durante l'accordatura.

- più tensione → frequenza più alta;
- meno tensione → frequenza più bassa.

Esempi:

- piroli del violino;
- chiavi di accordature della chitarra;
- chiave di accordatura del pianoforte;
- chiave dell'arpa.



Variazione della massa della corda

La *massa per unità di lunghezza* dipende dallo spessore e dal materiale della corda.

- corda più pesante / più spessa → suono più grave;
- corda più leggera / più sottile → suono più acuto.

Esempi.

- Chitarra acustica → acciaio rivestite di bronzo.
- Chitarra classica → le corde basse sono rivestite di rame argentato.
- Chitarra elettrica → anima in acciaio + rivestimento metallico (spesso nichel).
- Pianoforte → le corde gravi sono avvolte in rame.

Struttura di una corda avvolta del pianoforte

Rivestimento:

Filamento di Rame

Aumenta la massa

Strato intermedio:

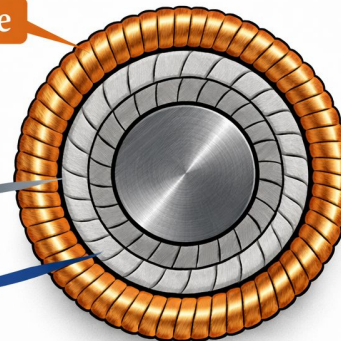
Avvolgimento di Supporto

Anima:

Filo di Acciaio

Forte e resistente

Rame



Corde archi: materiali impiegati

*Le corde gravi degli strumenti ad arco sono rivestite con metalli (come **argento**, **rame** o altri) per aumentare la massa e produrre suoni più bassi.*

1. Corde con *anima in acciaio* → tengono bene l'accordatura, sono molto diffuse (soprattutto violino e contrabbasso), il suono appare brillante e stabile; il rivestimento per le note gravi (ad es., il Sol² della IV corda) può essere in alluminio, nickel, argento, ecc. Le corde acute del violino (Mi, I corda non avvolta) sono quasi sempre in acciaio e molte corde da orchestra e da studio.

2. Corde con *anima sintetica* → attualmente le più usate nella pratica professionale (violino, viola, violoncello), i materiali possono essere il nylon, il perlon o compositi. Il suono appare più ricco e più caldo, simili alle corde antiche in budello ma con maggior stabilità. Rivestimento per le corde gravi: metallo (argento, alluminio, ecc.).

3. Corde in *budello animale* → le più antiche, usate ancora nella musica barocca o filologica, il suono molto ricco e morbido ma meno stabile. Le corde gravi a volte sono rivestite in metallo.

Le corde gravi devono produrre frequenze basse. Per farlo - seguendo Mersenne - serve aumentare la massa per unità di lunghezza. L'avvolgimento metallico permette di aumentare la massa senza rendere la corda troppo rigida o troppo lunga.

Un esempio concreto della legge di Mersenne

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$



Dati reali - VI corda (MI basso):

- $L = 0,648$ m
- $T = 70$ N
- $\mu = 0,006$ kg/m

Legenda:

L = lunghezza della corda

T = tensione della corda

μ = massa lineare

f = frequenza

a) Rapporto tensione / massa

$$\frac{T}{\mu} = \frac{70}{0,006} \approx 11666,7$$

b) Radice quadrata

$$\sqrt{11666,7} \approx 108,0$$

c) Fattore geometrico

$$2L = 2 \cdot 0,648 = 1,296$$

d) Frequenza finale

$$f = \frac{108}{1,296} \approx 83,3 \text{ Hz}$$

L'altezza del suono: prima della scienza moderna

- L'altezza (acuto/grave) → usata nella musica prima della fisica acustica moderna.
- Molte civiltà antiche (tra cui i Greci) organizzavano i suoni in modo sistematico.
- Non esisteva però una spiegazione scientifica nel senso moderno del termine.

I Greci si basavano sull'osservazione e lo studio sulle vibrazioni delle corde.

Idea generale: suoni acuti → movimento più rapido // suoni gravi → movimento più lento

Intuizione corretta → ma senza misura quantitativa in senso moderno che stabilisce una relazione precisa tra movimento (vibrazione) e l'altezza del suono.

Non avevano il concetto matematico di frequenza.

Storicamente, vi è stata una scoperta fondamentale tradizionalmente attribuita a Pitagora, valida ancora oggi → la relazione numerica tra la lunghezza della corda e gli intervalli musicali.

Es., corda dimezzata = suono più acuto di un'ottava.

Rapporti semplici → suoni consonanti.

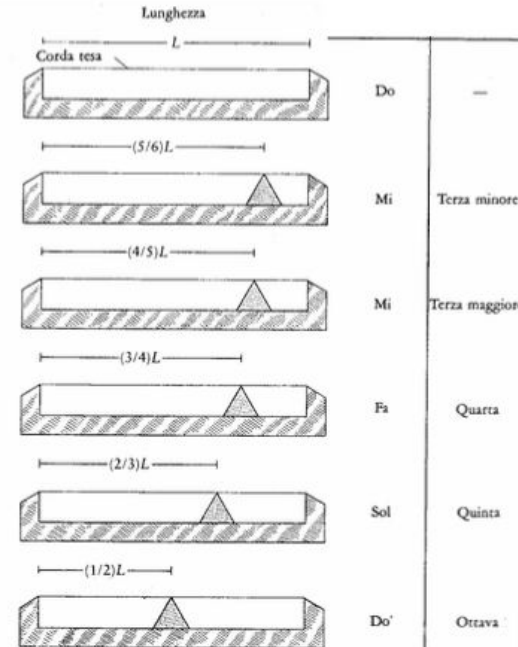
I Greci, senza il concetto di la frequenza, teorizzarono la musica sulla base di un paradigma *numerico*.

Nell'acustica moderna (Galileo, Mersenne) → paradigma: *relazione precisa dell'altezza con la frequenza*.

Esperimento sulla lunghezza della corda

Se una corda tesa di lunghezza L viene pizzicata, produce un suono di altezza definita. Se la tensione resta uguale, e accorciamo la corda con un cuneo (o un dito), la parte che vibra diventa più corta, vibra più velocemente → suono più acuto. Es., se la nuova lunghezza = $2/3$ di quella iniziale, il suono prodotto è una 5 sopra. L'altezza del suono, dunque, dipende dalla lunghezza della corda che vibra.

Monocordo →



Una corda tesa vibra con una particolare frequenza ed emette un suono di una determinata altezza. Assumiamo che questa altezza sia quella del Do centrale. Se manteniamo la tensione uguale e usiamo un cuneo per ridurre la lunghezza di vibrazione fino a $5/6$ della lunghezza originale, otterremo un aumento di frequenza di $6/5$ e l'altezza aumenterà di una terza minore fino al Mi bemolle. Altre riduzioni della lunghezza della corda corrispondenti a rapporti frazionari daranno luogo ad altri intervalli musicali: $4/5$, una terza maggiore, Mi; $3/4$, una quarta, Fa; $2/3$, una quinta, Sol; $1/2$, un'ottava, Do.

Lunghezza della corda	Rapporto di frequenza	Intervallo	Nota risultante (da Do)	
1 (L)	1	unisono	Do	
 5/6 L	6/5	terza minore	Mib	
4/5 L	5/4	terza maggiore	Mi	
3/4 L	4/3	quarta	Fa	
2/3 L	3/2	quinta	Sol	
1/2 L	2	ottava	Do	

Dal monocordo alla scienza moderna.

1. Per gli antichi greci:

- Osservazione: lunghezza della corda $\leftrightarrow$ intervalli musicali-
- Risultato: regolarità numeriche semplici ($\neq$ spiegazione fisica nel senso moderno).

2. Kuhn $\rightarrow$ *la scienza evolve attraverso cambiamenti di paradigma.*

- Paradigma antico $\rightarrow$ la musica è un ordine fondato su rapporti numerici, in chiave armonica e cosmologica.
- Paradigma moderno $\rightarrow$ il suono è un fenomeno fisico fondato sui concetti di onda, frequenza e periodicità.
- Non è un mero progresso quantitativo, ma un cambio del quadro concettuale.

3. Popper $\rightarrow$ *la scienza procede per congetture da mettere alla prova.*

- Congettura implicita dei Greci $\rightarrow$ i rapporti numerici semplici spiegano gli intervalli musicali, confermata sperimentalmente ma non completa: non spiega il “perché fisico”.
- Nuova congettura (scienza moderna) $\rightarrow$ il suono è una vibrazione periodica, l'altezza dipende dalla frequenza. Questa teoria spiega i dati antichi, è falsificabile (misurabile, verificabile) e unifica fenomeni diversi (corde, aria, strumenti).

La teoria moderna delle onde non elimina i risultati antichi, ma li riformula dentro un nuovo quadro teorico.

Dal monocordo alla scienza moderna

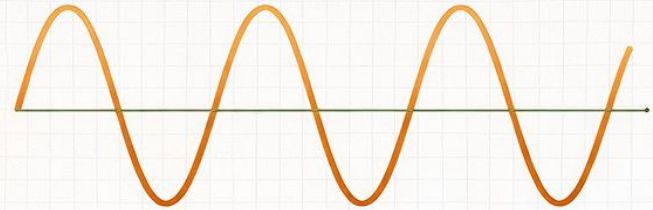
Paradigma antico



Paradigma antico

- Rapporti numerici semplici
- Lunghezza ↔ Intervallo musicale

Paradigma moderno



Paradigma moderno

- Onda periodica
- Frequenza ↔ Altezza